



Fakultät Maschinenwesen Institut für Luft- und Raumfahrttechnik, Professur für Raumfahrtssysteme/Raumfahrtnutzung

Gültig ab Sommersemester 2010

Konstanten

	Erde	Sonne
Gravitationsparameter μ	$\mu_E = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$	$\mu_S = 1,327 \cdot 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Masse M	$M_E = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	$M_S = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Radius R	$R_0 = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$	$R_S = 6,957 \cdot 10^8 \text{ m}$

Gravitationskonstante	$\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$
Erdbeschleunigung bei R_0	$g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$
Solarkonstante bei 1AE	$S = 1.371 \text{ W/m}^2$
Universelle Gaskonstante	$\mathfrak{R} = 8,31434 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
Astronomische Einheit	$1 \text{ AE} = 1,49598 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Boltzmann-Konstante	$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Elementarladung	$e = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masse eines Protons	$m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Masse eines Elektrons	$m_e = 9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Plancksches Wirkungsquantum	$h = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c = 2,997925 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Avogadrosche Konstante	$N_A = 6,02214 \cdot 10^{26} \text{ 1/kmol}$
Molvolumen idealer Gase	$V_0 = 22,414 \text{ m}^3/\text{kmol}$
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	$\sigma = 5,6704 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$
Umrechnung eV \rightarrow J	$1\text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

1 Trägerraketen

Allgemeine Zusammenhänge

Gewichtsspezifischer Impuls: $I_s = \frac{c_e}{g_0}$

Schub F , effektive Austrittsgeschwindigkeit c_e , innerer Wirkungsgrad η_I , Massenänderung der Rakete / des Schubstrahls [kg/s] \dot{m} , spezifische Energie des Brennstoffs [J/kg] ε_T :

$$F = \dot{m}c_e$$

$$c_e^2 = 2\eta_I\varepsilon_T$$

Äußerer Wirkungsgrad:
$$\bar{\eta}_A = \frac{v_b^2/c_e^2}{e^{v_b/c_e} - 1} = \frac{\left[\ln\left(\frac{m_0}{m_b^*}\right) \right]^2}{\frac{m_0}{m_b^*} - 1}$$

Einstufige Trägerrakete

Gesamtmasse: $m_0 = m_M + m_S + m_T + m_L$

Antriebsbedarf: $\Delta v_{ch} = c_e \ln\left(\frac{m_0}{m_b^*}\right) = c_e \ln\left(\frac{1}{\sigma + \mu_L}\right)$

Nutzlastverhältnis: $\mu_L = \frac{m_L}{m_0}$

Strukturmassenverhältnis: $\sigma = \frac{m_M + m_S}{m_0}$

Mehrstufige Trägerrakete (Tandemstufung)

Strukturmassenverhältnis: $\sigma_i = \frac{m_{M,i} + m_{S,i}}{m_{0,i}} = \frac{m_{0,i} - m_{T,i} - m_{0,i+1}}{m_{0,i}}$

Relativmasse: $\mu_i = \frac{m_{0,i}}{m_0}$ (mit $\mu_1 = 1$ und $\mu_{n+1} = \mu_L$)

Startmasse: $m_0 = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n + m_L$

Bezeichnungen:

m_i	:	Masse der i-ten Raketenstufe [kg]
$m_{0,i}$:	Masse der i-ten Unterrakete [kg]
$m_{b,i}$:	Leer- od. Nettomasse der i-ten Raketenstufe [kg]
$m_{b,i}^*$:	Nettomasse der i-ten Unterrakete [kg]
$m_{T,i}$:	Treibstoffmasse der i-ten Raketenstufe [kg]
$m_{M,i}$:	Motorenmasse i-ten Raketenstufe [kg]
$m_{S,i}$:	Strukturmasse i-ten Raketenstufe [kg]
$m_{L,i}$:	Nutzlastmasse [kg]

Massenauslegung:

$$m_{0,i} = \mu_i m_0 = m_L + \sum_{j=i}^n m_j$$

$$m_{T,i} = m_{0,i}(1 - \sigma_i) - m_{0,i+1}$$

$$m_i = \sigma_i m_{0,i} + m_{T,i} = m_{S,i} + m_{M,i} + m_{T,i}$$

$$m_{b,i} = \sigma_i m_{0,i} = m_i - m_{T,i}$$

$$m_{b,i}^* = m_{b,i} + m_{0,i+1}$$

$$m_{0,i+1} = m_{0,i} - m_i$$

Antriebsvermögen:

$$\Delta v_{ch} = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 + \dots + \Delta v_n$$

$$\Delta v_{ch} = \sum_{i=1}^n c_{e,i} \ln \left(\frac{1}{\sigma_i + \mu_{i+1} / \mu_i} \right)$$

Optimierung: aus $\frac{\partial(\Delta v_{ch})}{\partial \mu_i} = 0$ folgt:

$$\mu_i = A_i + \sqrt{A_i^2 + B_i}$$

mit $A_i = \frac{c_{e,i} - c_{e,i-1}}{2c_{e,i-1}} \frac{\mu_{i+1}}{\sigma_i}$

und $B_i = \frac{c_{e,i} \sigma_{i-1}}{c_{e,i-1} \sigma_i} \mu_{i-1} \mu_{i+1}$

Mehrstufige Trägerrakete (Parallelstufung)

Prinzip: Parallel laufende Triebwerke mit verschiedenen F_i und $c_{e,i}$

Antriebsvermögen:

$$\Delta v_{ch} = c_e \ln \left(\frac{m_0}{m_b^*} \right)$$

Eff. Austrittsgeschwindigkeit:

$$c_e = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{m}_i c_{e,i}}{\sum_{i=1}^n \dot{m}_i}$$

Schub:

$$F = \sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n \dot{m}_i c_{e,i}$$